

**КАЗАНСКИЙ КООПЕРАТИВНЫЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
АВТОНОМНОЙ НЕКОММЕРЧЕСКОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ
ОРГАНИЗАЦИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЦЕНТРОСОЮЗА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ КООПЕРАЦИИ»**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Специальность: 10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация: «Разработка защищенного программного обеспечения»

Формы обучения: очная

Объем дисциплины:

в зачетных единицах: 4 з.е.

в академических часах: 144 ак.ч.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Оценочные материалы по дисциплине Уравнения математической физики

обсуждены и рекомендованы к утверждению решением кафедры естественных дисциплин, сервиса и туризма от 25 марта 2025 г., протокол № 6

одобрены Научно-методическим советом Казанского кооперативного института (филиала) от 2 апреля 2025 г., протокол № 3

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт оценочных материалов по дисциплине
2. Оценочные материалы по дисциплине:
 - 2.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля.
 - 2.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Обновление оценочных материалов по дисциплине

Целью оценочных материалов по дисциплине (модулю) (далее –ОМ) является комплексная оценка результатов обучения по дисциплине Уравнения математической физики и установление уровня сформированности компетенций обучающегося.

ОМ предназначены для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

ОМ включают оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Оценочные материалы разработаны в соответствии с рабочей программой дисциплины Уравнения математической физики.

1. Паспорт оценочных материалов по дисциплине «Уравнения математической физики»

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Контролируемые разделы, темы дисциплины	Наименование оценочного средства ¹	
				Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	2	3	4	5	6
ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования совокупности	Знать Основные понятия и модели и методы математической физики; математические формулировки основных понятий и утверждений; основные методы решения задач математической физики; основные программные средства, используемые для решения уравнений в частных производных. Уметь Выбирать и анализировать методы математической физики решения поставленной задачи и средства программного обеспечения (в том числе специализированного) для их реализации. Владеть навыками применения математического аппарата для теоретического анализа, методами планирования и проведения экспериментов, технологиями статистической обработки и визуализации результатов исследований	Тема 1. Постановка и классификация задач математической физики Тема 2. Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы Тема 3. Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы Тема 4. Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала Тема 5. Применение интегральных преобразований к решению задач	Реферат (Тема 1-5) Тест (тема 1-5) Домашние задания по практическим занятиям (тема 1-5)	Тест (П 1-10 тестового задания)

	ОПК-3.4. Демонстрирует умение обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов	Знать методы математического моделирования и оптимизации, алгоритмы решения стандартных задач профессиональной деятельности, критерии выбора методов решения задач, требования к обоснованию принимаемых решений Уметь выбирать и обосновывать применение математических методов для решения стандартных профессиональных задач, разрабатывать и реализовывать алгоритмы решения задач, оценивать эффективность и точность полученных результатов Владеть методами разработки и реализации процедур решения стандартных профессиональных задач, навыками обоснования выбора методов решения, технологиями применения программных средств для реализации математических методов	Тема 1. Постановка и классификация задач математической физики Тема 2. Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы Тема 3. Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы Тема 4. Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала Тема 5. Применение интегральных преобразований к решению задач	Реферат (Тема 1-5) Тест (тема 1-5) Домашние задания по практическим занятиям (тема 1-5)	Тест (П 11-20 тестового задания)
--	---	---	---	--	---

2. Оценочные материалы по дисциплине «Уравнения математической физики»

2.1 Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Тематика рефератов

Тема 1. Постановка и классификация задач математической физики

1. Предмет и метод математической физики: связь между физической реальностью и математической моделью.
2. Вывод основных уравнений математической физики: от законов сохранения к дифференциальным уравнениям в частных производных.
3. Начальные и граничные условия: физический смысл и математическая классификация (Дирихле, Нейман, Робин).
4. Понятие корректности постановки задачи: пример Адамара и его значение для современной вычислительной математики.
5. Теорема Ковалевской: условия существования аналитического решения задачи Коши.
6. Обобщенные решения и пространства Соболева: почему классических решений часто недостаточно.
7. Классификация уравнений второго порядка: эллиптические, параболические и гиперболические типы и их физическая интерпретация.
8. Характеристики уравнений в частных производных: геометрический смысл и метод приведения к каноническому виду.
9. Принцип суперпозиции: фундаментальное свойство линейных задач и области его применимости.
10. Исторический обзор развития математической физики: от Эйлера и Лагранжа до Гильберта и Соболева.
11. Численные методы как практическое развитие теории обобщенных решений.
12. Проблема единственности решения в задачах математической физики: контрпримеры и методы их преодоления.

Тема 2. Уравнения гиперболического типа

1. Задача Коши для волнового уравнения: вывод и анализ формулы Даламбера.
2. Физическая интерпретация формулы Даламбера: распространение волн без дисперсии.
3. Колебания струны: решение методом Фурье и физический смысл собственных частот.
4. Задача о колебаниях круглой мембраны: функции Бесселя и их свойства.
5. Формулы Пуассона и Кирхгофа: решение задачи Коши для трехмерного волнового уравнения и принцип Гюйгенса.

6. Волновое уравнение на полупрямой: метод отражений и учет граничных условий.

7. Теория Штурма-Лиувилля: как спектральные свойства оператора определяют решение краевой задачи.

8. Решение неоднородных гиперболических уравнений: метод функции Грина и метод вариации произвольных постоянных.

9. Устойчивость решений волнового уравнения: почему малые изменения в данных не приводят к катастрофическим последствиям.

10. Гиперболические системы уравнений: уравнение телеграфа и его связь с волновым уравнением.

11. Численное моделирование волновых процессов: метод конечных разностей и устойчивость (условие Куранта).

12. Применение волнового уравнения в сейсмологии и акустике.

Тема 3. Уравнения параболического типа

1. Уравнение теплопроводности: вывод из закона Фурье и анализ физического смысла.

2. Принцип максимума для уравнения теплопроводности и его физическая интерпретация.

3. Задача Коши для уравнения теплопроводности: фундаментальное решение и интеграл Пуассона.

4. Дельта-функция Дирака: строгое обоснование в теории обобщенных функций.

5. Метод Фурье для решения начально-краевых задач теплопроводности в стержне.

6. Функция Грина для уравнения теплопроводности: физический смысл и методы построения.

7. Задачи на полупрямой для параболических уравнений: метод источников и метод отражений.

8. Теоремы единственности и устойчивости для решений уравнения теплопроводности.

9. Неоднородное уравнение теплопроводности: решение с помощью метода функции Грина.

10. Сравнительный анализ распространения тепла и волн: параболический vs гиперболический случай.

11. Применение уравнения теплопроводности в финансовой математике (модель Блэка-Шоулза).

12. Численные методы решения уравнений параболического типа: явные и неявные схемы.

Тема 4. Уравнения эллиптического типа. Теория потенциала

1. Гармонические функции: основные свойства (принцип максимума, теорема о среднем) и их физический смысл.

2. Уравнение Лапласа и Пуассона: постановка краевых задач (Дирихле, Нейман) и их физические приложения.

3. Фундаментальное решение уравнения Лапласа: его роль в построении теории потенциала.
4. Функция Грина для задачи Дирихле: геометрическая интерпретация и методы нахождения для простых областей.
5. Теория потенциала: потенциалы простого и двойного слоя, их свойства и разрывы.
6. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода.
7. Метод разделения переменных для уравнения Лапласа в декартовых координатах (прямоугольная мембрана).
8. Решение задачи Дирихле для круга и шара: интеграл Пуассона.
9. Оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах: вывод и применение.
10. Задача Неймана: условия разрешимости и их физическая интерпретация.
11. Применение уравнений эллиптического типа в электростатике и стационарной гидродинамике.
12. Вариационная постановка задачи Дирихле и метод Ритца.

Тема 5. Применение интегральных преобразований

1. Преобразование Фурье: основные свойства и его применение к решению задачи Коши для уравнения теплопроводности.
2. Sin- и Cos- преобразования Фурье: решение краевых задач на полупрямой.
3. Преобразование Лапласа: решение начально-краевых задач для параболических и гиперболических уравнений.
4. Сравнительный анализ преобразований Фурье и Лапласа в задачах математической физики.
5. Преобразование Бесселя (Ханкеля): решение задач в цилиндрических координатах.
6. Конечные преобразования Фурье: связь с методом разделения переменных.
7. Преобразование Меллина: его специфика и области применения.
8. Интегральные преобразования и теория обобщенных функций.
9. Решение смешанных задач для уравнения колебаний струны с помощью преобразования Лапласа по времени.
10. Применение преобразования Фурье к уравнению Шрёдингера в квантовой механике.
11. Операторный метод решения нестационарных задач теплопроводности.
12. Численная реализация интегральных преобразований (БПФ) для решения сложных задач.

Критерии оценки выполнения рефератов по учебной дисциплине

Оценка «отлично» выставляется студенту, если тема реферата раскрыта в полной мере и все требования по написанию реферата соблюдены.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если недостаточно раскрыта тема реферата, но все требования по написанию реферата соблюдены.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если недостаточно раскрыта тема реферата, не все требования по написанию реферата соблюдены, присутствуют ошибки и неточности в работе.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствует реферат.

Рекомендации по написанию реферата:

Реферат — письменная работа, выполняемая обучающимся в течение определенного срока.

Реферат — краткое точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы на основе одной или нескольких книг, монографий или других первоисточников. Реферат должен содержать основные фактические сведения и выводы по рассматриваемому вопросу.

Реферат отвечает на вопрос — что содержится в данной публикации (публикациях). Реферат — не механический пересказ работы, а изложение ее сущности.

Кроме реферирования прочитанной литературы, от обучающегося требуется аргументированное изложение собственных мыслей по рассматриваемому вопросу. Тему реферата предлагает преподаватель или сам обучающийся, в последнем случае она должна быть согласована с преподавателем.

В реферате нужны развернутые аргументы, рассуждения, сравнения. Материал подается не столько в развитии, сколько в форме констатации или описания.

Содержание реферируемого произведения излагается объективно от имени автора. Если в первичном документе главная мысль сформулирована недостаточно четко, в реферате она должна быть конкретизирована и выделена.

Структура реферата:

1. Титульный лист.
2. После титульного листа на отдельной странице следует оглавление (план, содержание), в котором указаны названия всех разделов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие начало этих разделов в тексте реферата.
3. После оглавления следует введение. Объем введения составляет 1,5-2 страницы.
4. Основная часть реферата может иметь одну или несколько глав, состоящих из 2-3 параграфов (подпунктов, разделов) и предполагает осмысленное и логичное изложение главных положений и идей, содержащихся в изученной литературе. В тексте обязательны ссылки на первоисточники. В том случае если цитируется или используется чья-либо неординарная мысль,

идея, вывод, приводится какой-либо цифрой материал, таблицу - обязательно сделайте ссылку на того автора у кого вы взяли данный материал.

5. Заключение содержит главные выводы, и итоги из текста основной части, в нем отмечается, как выполнены задачи и достигнуты ли цели, сформулированные во введении.

6. Приложение может включать графики, таблицы, расчеты.

7. Библиография (список литературы) здесь указывается реально использованная для написания реферата литература. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Этапы работы над рефератом.

Работу над рефератом можно условно подразделить на три этапа:

1. Подготовительный этап, включающий изучение предмета исследования;

2. Изложение результатов изучения в виде связного текста;

3. Устное сообщение по теме реферата.

1. Подготовительный этап работы.

Формулировка темы. Подготовительная работа над рефератом начинается с формулировки темы. Тема в концентрированном виде выражает содержание будущего текста, фиксируя как предмет исследования, так и его ожидаемый результат. Для того чтобы работа над рефератом была успешной, необходимо, чтобы тема заключала в себе проблему, скрытый вопрос (даже если наука уже давно дала ответ на этот вопрос, студент, только знакомящийся с соответствующей областью знаний, будет вынужден искать ответ заново, что даст толчок к развитию проблемного, исследовательского мышления).

Поиск источников. Грамотно сформулированная тема зафиксировала предмет изучения; задача обучающегося — найти информацию, относящуюся к данному предмету и разрешить поставленную проблему. Выполнение этой задачи начинается с поиска источников. На этом этапе необходимо вспомнить, как работать с энциклопедиями и энциклопедическими словарями.

Работа с источниками. Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т. е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения. В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет. Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции — это сравнительное чтение, в ходе которого студент знакомится с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравнивает весомость и доказательность аргументов сторон и делает вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Создание конспектов для написания реферата.

Подготовительный этап работы завершается созданием конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы. Здесь важно вспомнить, что конспекты пишутся на одной стороне листа, с полями и достаточным для исправления и ремарок межстрочным расстоянием (эти правила соблюдаются для удобства редактирования). Если в конспектах приводятся цитаты, то непременно должно быть дано указание на источник (автор, название, выходные данные, № страницы).

По завершении предварительного этапа можно переходить непосредственно к созданию текста реферата.

2. Создание текста.

Общие требования к тексту.

Текст реферата должен подчиняться определенным требованиям: он должен раскрывать тему, обладать связностью и цельностью.

Раскрытие темы предполагает, что в тексте реферата излагается относящийся к теме материал и предлагаются пути решения содержащейся в теме проблемы; связность текста предполагает смысловую соотносительность отдельных компонентов, а цельность - смысловую законченность текста.

С точки зрения связности все тексты делятся на тексты-констатации и тексты-рассуждения. Тексты-констатации содержат результаты ознакомления с предметом и фиксируют устойчивые и несомненные суждения. В текстах-рассуждениях одни мысли извлекаются из других, некоторые ставятся под сомнение, дается им оценка, выдвигаются различные предположения.

План реферата.

Универсальный план реферата – введение, основной текст и заключение.

Требования к введению.

Во введении аргументируется актуальность исследования, - т. е. выявляется практическое и теоретическое значение данного исследования. Далее констатируется, что сделано в данной области предшественниками; перечисляются положения, которые должны быть обоснованы. Введение может также содержать обзор источников или экспериментальных данных, уточнение исходных понятий и терминов, сведения о методах исследования. Во введении обязательно формулируются цель и задачи реферата.

Объем введения - в среднем около 10% от общего объема реферата.

Основная часть реферата.

Основная часть реферата раскрывает содержание темы. Она наиболее значительна по объему, наиболее значима и ответственна. В ней обосновываются основные тезисы реферата, приводятся развернутые

аргументы, предполагаются гипотезы, касающиеся существа обсуждаемого вопроса. Важно проследить, чтобы основная часть не имела форму монолога. Аргументируя собственную позицию, можно и должно анализировать, и оценивать позиции различных исследователей, с чем-то соглашаться, чему-то возражать, кого-то опровергать. Текст основной части делится на главы, параграфы, пункты. План основной части может быть составлен с использованием различных методов группировки материала: классификации (эмпирические исследования), типологии (теоретические исследования), периодизации (исторические исследования).

Заключение.

Заключение — последняя часть научного текста. В ней краткой и сжатой форме излагаются полученные результаты, представляющие собой ответ на главный вопрос исследования. Здесь же могут намечаться и дальнейшие перспективы развития темы. Небольшое по объему сообщение также не может обойтись без заключительной части - пусть это будут две-три фразы. Но в них должен подводиться итог проделанной работы.

Список использованной литературы.

Реферат любого уровня сложности обязательно сопровождается списком используемой литературы. Названия книг в списке располагают по алфавиту с указанием выходных данных использованных книг.

Требования, предъявляемые к оформлению реферата

Объемы рефератов – от 10-18 машинописных страниц. Работа выполняется на одной стороне листа стандартного формата. По обеим сторонам листа оставляются поля размером 35 мм. слева и 15 мм. справа, рекомендуется шрифт 12-14, интервал - 1,5. Все листы реферата должны быть пронумерованы. Каждый вопрос в тексте должен иметь заголовок в точном соответствии с наименованием в плане-оглавлении. При написании и оформлении реферата следует избегать типичных ошибок, например, таких:

- поверхностное изложение основных теоретических вопросов выбранной темы, когда автор не понимает, какие проблемы в тексте являются главными, а какие второстепенными,
- в некоторых случаях проблемы, рассматриваемые в разделах, не раскрывают основных аспектов выбранной для реферата темы,
- дословное переписывание книг, статей, заимствования рефератов из интернета и т. д.

При проверке реферата преподавателем оцениваются:

1. Знания и умения на уровне требований стандарта конкретной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих представлений, понятий, идей.
2. Характеристика реализации цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов).
3. Степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина,

всесторонность раскрытия темы, логичность и последовательность изложения материала, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, широта кругозора автора, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению).

4. Качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов).

5. Использование литературных источников.

6. Культура письменного изложения материала.

7. Культура оформления материалов работы.

Комплект типовых домашних заданий по практическим занятиям

Тема 1. Постановка и классификация задач математической физики

1. **Классификация уравнений.** Определить тип уравнений:

а) $u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} + u_x = 0$

б) $u_t = k(u_{xx} + u_{yy})$

в) $u_{tt} - c^2 u_{xx} + \alpha u_t = 0$

г) $y^2 u_{xx} + x^2 u_{yy} = 0$ (указать области эллиптичности, параболичности, гиперболичности)

2. **Приведение к каноническому виду.** Привести к каноническому виду уравнения:

а) $u_{xx} + 6u_{xy} + 9u_{yy} = 0$

б) $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + u_x = 0$

3. **Характеристики.** Найти характеристики и привести к каноническому виду уравнение: $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0$.

4. **Постановка задачи для струны.** Для волнового уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ на отрезке $[0, 1]$ сформулировать условия, если: концы закреплены, начальный профиль - парабола, начальные скорости нулевые.

5. **Постановка задачи для теплопроводности.** Для уравнения $u_t = k u_{xx}$ сформулировать условия, если: начальная температура линейно растёт от 0 до L , левый конец теплоизолирован, правый охлаждается по закону Ньютона.

6. **Постановка задачи Дирихле.** Для уравнения Лапласа в кольце $1 < r < 2$ сформулировать условия, если на внутреннем контуре задан потенциал V_1 , на внешнем - V_2 .

7. **Некорректность задачи Коши для Лапласа.** Показать на примере уравнения $u_{xx} + u_{yy} = 0$ с условиями $u(x, 0) = 0$, $u_y(x, 0) = \epsilon \sin(nx)$ неустойчивость решения при $n \rightarrow \infty$.

8. **Принцип суперпозиции.** Показать, что сумма двух решений линейного неоднородного уравнения с правой частью $f_1(x)$ и $f_2(x)$ является решением уравнения с правой частью $f_1(x) + f_2(x)$.
9. **Физический смысл типов уравнений.** Объяснить, почему уравнения колебаний - гиперболические, диффузии - параболические, стационарных процессов - эллиптические.
10. **Обобщенные решения.** Дать определение обобщенного решения и объяснить его необходимость на примере уравнения с разрывной правой частью.

Тема 2. Уравнения гиперболического типа

1. **Формула Даламбера.** Решить задачу Коши: $u_{tt} = 25u_{xx}$, $u(x,0) = \arctg(x)$, $u_t(x,0) = 2x/(1+x^2)$.
2. **Распространение волн.** Для решения по формуле Даламбера с начальными условиями $u(x,0) = \varphi(x)$, $u_t(x,0) = 0$ построить профили волны в моменты $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$.
3. **Полуограниченная струна.** Решить: $u_{tt} = 4u_{xx}$ для $x > 0$, $u(0,t) = 0$, $u(x,0) = \sin(\pi x)$, $u_t(x,0) = 0$.
4. **Метод Фурье для струны.** Решить: $u_{tt} = u_{xx}$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $u(x,0) = x(\pi-x)$, $u_t(x,0) = \sin(2x)$.
5. **Вынужденные колебания.** Решить: $u_{tt} = u_{xx} + \sin(t)$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = 0$.
6. **Неоднородные граничные условия.** Решить: $u_{tt} = u_{xx}$, $u(0,t) = 0$, $u(1,t) = 1$, $u(x,0) = x$, $u_t(x,0) = 0$. (Указание: свести к задаче с однородными условиями).
7. **Колебания мембраны.** Решить задачу о колебаниях круглой мембраны: $u_{tt} = c^2(\Delta u)$, с однородными условиями Дирихле, нулевыми начальными скоростями.
8. **Энергия струны.** Найти полную энергию струны для решения из задания 4 и проверить ее сохранение.
9. **Теорема единственности.** Доказать единственность решения смешанной задачи для волнового уравнения методом энергии.

10. **Распространение разрывов.** Исследовать поведение разрывов в начальных данных при распространении волн по формуле Даламбера.

Тема 3. Уравнения параболического типа

1. **Метод Фурье.** Решить: $u_t = u_{xx}$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $u(x,0) = 2\sin(3x) - 5\sin(7x)$.
2. **Граничные условия Неймана.** Решить: $u_t = u_{xx}$, $u_x(0,t) = u_x(\pi,t) = 0$, $u(x,0) = \cos^2(x)$.
3. **Неоднородное уравнение.** Решить: $u_t = u_{xx} + e^{-t}\sin(x)$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $u(x,0) = 0$.
4. **Неоднородные граничные условия.** Решить: $u_t = u_{xx}$, $u(0,t) = 0$, $u(1,t) = 1$, $u(x,0) = \sin(\pi x)$.
5. **Задача Коши.** Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности на прямой с начальным условием $u(x,0) = \exp(-x^2)$.
6. **Фундаментальное решение.** Доказать, что фундаментальное решение уравнения теплопроводности действительно удовлетворяет начальному условию в смысле обобщенных функций.
7. **Полуограниченный стержень.** Решить: $u_t = u_{xx}$, $u(0,t) = 1$, $u(x,0) = 0$ для $x > 0$.
8. **Принцип максимума.** Показать на решении конкретной задачи, что максимальная температура действительно убывает со временем.
9. **Тепловой поток.** Для решения задачи 1 найти тепловой поток через сечение $x = \pi/2$ и исследовать его поведение при $t \rightarrow \infty$.
10. **Стационарное решение.** Найти стационарное решение для задачи 4 и показать, что решение задачи стремится к нему при $t \rightarrow \infty$.

Тема 4. Уравнения эллиптического типа

1. **Задача Дирихле в прямоугольнике.** Решить: $u_{xx} + u_{yy} = 0$ в $[0,a] \times [0,b]$, $u(0,y)=0$, $u(a,y)=0$, $u(x,0)=0$, $u(x,b)=f(x)$.
2. **Задача Дирихле в круге.** Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге радиуса R с граничным условием $u(R,\varphi) = \cos^2(\varphi)$.

3. **Задача Неймана.** Исследовать разрешимость задачи Неймана для уравнения Лапласа в круге.
4. **Уравнение Пуассона.** Решить: $\Delta u = -1$ в круге радиуса R с условием Дирихле $u|_{r=R} = 0$.
5. **Гармонические функции.** Проверить гармоничность функции $u = x^3 - 3xy^2$ и найти сопряженную гармоническую функцию.
6. **Теорема о среднем.** Проверить выполнение теоремы о среднем для гармонической функции $u = x^2 - y^2$ в круге радиуса 1.
7. **Принцип максимума.** Доказать, что гармоническая в ограниченной области функция достигает максимума на границе.
8. **Функция Грина.** Построить функцию Грина для задачи Дирихле в полуплоскости $y > 0$.
9. **Метод конформных отображений.** Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в полуплоскости.
10. **Интеграл Пуассона.** Получить формулу Пуассона для решения задачи Дирихле в круге.

Тема 5. Применение интегральных преобразований

1. **Преобразование Фурье.** Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности на прямой: $u_t = a^2 u_{xx}$, $u(x, 0) = \delta(x - x_0)$.
2. **Sin-преобразование.** Решить: $u_t = u_{xx}$, $u(0, t) = 0$, $u(x, 0) = e^{(-x)}$ для $x > 0$ с помощью sin-преобразования Фурье.
3. **Cos-преобразование.** Решить: $u_t = u_{xx}$, $u_x(0, t) = 0$, $u(x, 0) = e^{(-x)}$ для $x > 0$.
4. **Преобразование Лапласа по времени.** Решить: $u_t = u_{xx}$, $u(0, t) = 1$, $u(x, 0) = 0$ для $x > 0$.
5. **Преобразование Лапласа для волнового уравнения.** Решить: $u_{tt} = c^2 u_{xx}$, $u(0, t) = h(t)$, $u(x, 0) = 0$, $u_t(x, 0) = 0$ для $x > 0$.
6. **Преобразование Бесселя.** Решить задачу о распределении температуры в цилиндре с помощью преобразования Ханкеля.

7. **Конечное преобразование Фурье.** Решить задачу теплопроводности на отрезке методом конечного синус-преобразования Фурье.
8. **Свертка.** Найти решение задачи Коши для уравнения теплопроводности с произвольным начальным условием $u(x,0)=\varphi(x)$ в виде свертки.
9. **Многомерное преобразование Фурье.** Решить задачу Коши для многомерного уравнения теплопроводности.
10. **Сравнение методов.** Сравнить эффективность метода Фурье и метода преобразования Лапласа для решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.

Критерии оценивания выполнения практического задания:

Оценка «отлично» выставляется, если: работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; работа проведена в условиях, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдены правила техники безопасности; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если: работа выполнена правильно с учетом 1-2 мелких погрешностей или 2-3 недочетов, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если: работа выполнена правильно не менее чем наполовину, допущены 1-2 погрешности или одна грубая ошибка.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если: допущены две (и более) грубые ошибки в ходе работы, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя или работа не выполнена полностью.

Типовые тесты

Тема 1. Постановка и классификация задач математической физики

Т1.1. Что является основным предметом изучения математической физики?

- а) Чисто математические абстракции без привязки к реальному миру
- б) Математические методы решения физических задач
- в) Создание математических моделей физических процессов и их исследование [✓]
- г) Экспериментальная проверка физических законов

T1.2. Какое условие НЕ входит в понятие корректности постановки задачи по Адамару?

- а) Существование решения
- б) Единственность решения
- в) Устойчивость решения
- г) Простота решения [✓]

T1.3. Пример Адамара демонстрирует:

- а) Универсальность метода Фурье
- б) Некорректность задачи Коши для уравнения Лапласа [✓]
- в) Всегда существующее обобщенное решение
- г) Применимость теоремы Ковалевской ко всем уравнениям

T1.4. Уравнение $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ является:

- а) Эллиптическим
- б) Параболическим
- в) Гиперболическим [✓]
- г) Ультрагиперболическим

T1.5. Пространства Соболева используются для:

- а) Классификации уравнений в частных производных
- б) Исследования корректности задач в классическом смысле
- в) Построения и исследования обобщенных решений [✓]
- г) Приведения уравнений к каноническому виду

T1.6. Теорема Ковалевской гарантирует существование и единственность:

- а) Обобщенного решения для любого линейного уравнения
- б) Решения задачи Коши для уравнений с аналитическими коэффициентами и данными [✓]
- в) Решения краевой задачи для уравнения Лапласа
- г) Решения в пространствах Соболева

T1.7. Принцип суперпозиции применим к:

- а) Только нелинейным уравнениям
- б) Только однородным уравнениям
- в) Линейным однородным и неоднородным уравнениям [✓]
- г) Только уравнениям эллиптического типа

T1.8. Характеристики уравнения в частных производных — это:

- а) Линии, вдоль которых задача Коши не имеет единственного решения [✓]
- б) Линии, на которых задаются граничные условия
- в) Линии уровня решения уравнения

г) Линии, вдоль которых решение постоянно

T1.9. Уравнение $u_t = a^2 u_{xx}$ является:

- а) Эллиптическим
- б) Параболическим [✓]
- в) Гиперболическим
- г) Смешанного типа

T1.10. Установите соответствие между типом уравнения и его физическим примером:

Тип уравнения:

- 1. Эллиптическое
- 2. Параболическое
- 3. Гиперболическое

Пример:

- а) Стационарное распределение температуры
- б) Распространение звука
- в) Процесс диффузии

Правильный ответ: 1-а, 2-в, 3-б

Тема 2. Уравнения гиперболического типа

T2.1. Формула Даламбера дает решение задачи Коши для:

- а) Уравнения теплопроводности на прямой
- б) Волнового уравнения на прямой [✓]
- в) Уравнения Лапласа в круге
- г) Уравнения Пуассона

T2.2. Физический смысл решения по формуле Даламбера заключается в:

- а) Мгновенном выравнивании начального возмущения
- б) Распространении начального возмущения в виде двух волн, бегущих в противоположные стороны [✓]
- в) Затухании начального возмущения по экспоненте
- г) Стационарном колебании в точках струны

T2.3. Метод разделения переменных (Фурье) для волнового уравнения приводит к:

- а) Интегральному уравнению
- б) Задаче Штурма-Лиувилля на собственные значения [✓]
- в) Системе алгебраических уравнений
- г) Обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка

T2.4. Решение задачи о колебаниях струны с закрепленными концами методом Фурье представляет собой:

- а) Одну бегущую волну
- б) Бесконечный набор стоячих волн (мод) [✓]
- в) Единственную стоячую волну
- г) Набор затухающих колебаний

T2.5. Формула Кирхгофа является решением задачи Коши для волнового уравнения в:

- а) Одномерном случае
- б) Двумерном случае
- в) Трехмерном случае [✓]
- г) Произвольном числе измерений

T2.6. Функции Бесселя возникают при решении волнового уравнения в:

- а) Декартовых координатах
- б) Цилиндрических координатах [✓]
- в) Сферических координатах
- г) Только в одномерном случае

T2.7. Для какой постановки задачи характерен "эффект памяти" (нарушение принципа Гюйгенса)?

- а) Одномерная струна
- б) Колебания мембраны (двумерный случай) [✓]
- в) Распространение звука в трехмерном пространстве
- г) Все перечисленные

T2.8. Теорема единственности решения смешанной задачи для волнового уравнения часто доказывается с помощью:

- а) Принципа максимума
- б) Метода характеристик
- в) Интеграла энергии [✓]
- г) Метода функций Грина

T2.9. Неоднородное волновое уравнение $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ можно решить:

- а) Только численными методами
- б) Только методом Даламбера
- в) Методом собственных функций (разложением в ряд Фурье) [✓]
- г) Только методом характеристик

**T2.10. Установите соответствие между понятием и его определением:
Понятие:**

1. Формула Даламбера
2. Задача Штурма-Лиувилля
3. Функция Бесселя

Определение:

- а) Решение задачи на собственные значения для ОДУ, возникающее при разделении переменных
- б) Специальная функция, возникающая при решении уравнений в цилиндрических координатах
- в) Явная формула для решения задачи Коши одномерного волнового уравнения

Правильный ответ: 1-в, 2-а, 3-б

Тема 3. Уравнения параболического типа

Т3.1. Уравнение теплопроводности описывает процессы:

- а) Стационарного распределения температуры
- б) Установившихся колебаний
- в) Выравнивания температуры (диффузии) [✓]
- г) Распространения волн

Т3.2. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности (интеграл Пуассона) имеет вид:

- а) Линейной функции
- б) Постоянной величины
- в) Бегущей волны $\exp(i(kx - \omega t))$
- г) Функции Гаусса [✓]

Т3.3. Принцип максимума для уравнения теплопроводности утверждает, что:

- а) Максимум температуры может сначала возрасть, а потом убывать
- б) Максимум температуры в области достигается либо в начальный момент, либо на границе [✓]
- в) Температура во всей области всегда равна максимальной начальной температуре
- г) Температура стремится к бесконечности со временем

Т3.4. Задача Коши для уравнения теплопроводности ставится:

- а) На ограниченном интервале
- б) На всей прямой или пространстве [✓]
- в) Только в полупространстве
- г) Только при нулевых начальных условиях

Т3.5. Дельта-функция Дирака в начальном условии $u(x, 0) = \delta(x)$ моделирует:

- а) Равномерно нагретый стержень
- б) Бесконечно малые начальные возмущения
- в) Нагрев в одной точке (точечный источник) [✓]
- г) Постоянный тепловой поток

Т3.6. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке методом Фурье представляет собой:

- а) Бегущую волну
- б) Суперпозицию затухающих экспонент и синусов (стоячих волн) [✓]
- в) Одиноким импульс
- г) Периодические колебания

Т3.7. Функция Грина для уравнения теплопроводности физически интерпретируется как:

- а) Распределение температуры от мгновенного точечного источника [✓]
- б) Стационарное распределение температуры
- в) Скорость изменения температуры
- г) Тепловой поток через границу

Т3.8. Как ведет себя решение уравнения теплопроводности на конечном отрезке при $t \rightarrow \infty$?

- а) Стремится к нулю
- б) Стремится к постоянной величине
- в) Стремится к решению стационарного уравнения (если оно существует) [✓]
- г) Испытывает незатухающие колебания

Т3.9. Для решения задачи на полупрямой $x > 0$ с условием $u(0,t) = 0$ используется:

- а) Только метод Фурье
- б) Метод неопределенных коэффициентов
- в) Метод продолжения (отражения) нечетной функцией [✓]
- г) Только преобразование Лапласа

Т3.10. Установите соответствие между методом и задачей, для которой он наиболее применим:

Метод:

1. Метод Фурье (разделения переменных)
2. Метод функции Грина
3. Интеграл Пуассона (фундаментальное решение)

Задача:

- а) Начально-краевая задача в ограниченной области
- б) Задача Коши на всей прямой
- в) Решение неоднородного уравнения с нулевыми начальными условиями

Правильный ответ: 1-а, 2-в, 3-б

Тема 4. Уравнения эллиптического типа. Теория потенциала

Т4.1. Уравнение Лапласа $\Delta u = 0$ описывает:

- а) Волновые процессы
- б) Стационарные процессы без источников (поля) [✓]
- в) Процессы диффузии
- г) Колебательные процессы

Т4.2. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в трехмерном пространстве пропорционально:

- а) $1/r$ [✓]
- б) $\ln(1/r)$
- в) $\exp(-r)$
- г) $1/r^2$

Т4.3. Принцип максимума для гармонических функций утверждает, что:

- а) Функция не может иметь локальных максимумов внутри области
- б) Функция достигает максимума и минимума на границе области [✓]
- в) Максимум функции всегда положителен
- г) Максимум функции всегда равен нулю

Т4.4. Задача Дирихле для уравнения Лапласа — это задача:

- а) С заданными значениями функции на границе [✓]
- б) С заданными значениями нормальной производной на границе
- в) С заданными начальными условиями
- г) С заданными условиями на бесконечности

Т4.5. Функция Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа представляет собой:

- а) Решение однородного уравнения
- б) Фундаментальное решение, удовлетворяющее однородным граничным условиям [✓]
- в) Решение неоднородного уравнения с дельта-функцией
- г) Произвольную гармоническую функцию

Т4.6. Теория потенциала используется для:

- а) Решения только задач Дирихле
- б) Решения только задач Неймана
- в) Сведения краевых задач к интегральным уравнениям [✓]
- г) Только для анализа корректности

Т4.7. Логарифмический потенциал характерен для:

- а) Трехмерного пространства
- б) Двумерного пространства [✓]
- в) Одномерного пространства
- г) Пространств размерности больше трех

Т4.8. Задача Неймана для уравнения Лапласа разрешима, если:

- а) Граничная функция непрерывна
- б) Интеграл от граничной функции по границе равен нулю [✓]
- в) Граничная функция ограничена
- г) Область является односвязной

Т4.9. Метод разделения переменных в сферических координатах для уравнения Лапласа приводит к:

- а) Функциям Бесселя
- б) Полиномам Лежандра и сферическим гармоникам [✓]
- в) Тригонометрическим функциям
- г) Функциям Эйри

Т4.10. Установите соответствие между краевой задачей и ее физической интерпретацией:

Задача:

1. Задача Дирихле для уравнения Лапласа
2. Задача Неймана для уравнения Лапласа
3. Уравнение Пуассона

Интерпретация:

- а) Стационарное распределение температуры в теле при заданном тепловом потоке через границу
- б) Стационарное распределение температуры в теле с заданной температурой на границе
- в) Стационарное распределение потенциала при наличии источников

Правильный ответ: 1-б, 2-а, 3-в

Тема 5. Применение интегральных преобразований

Т5.1. Преобразование Фурье целесообразно применять для решения задач на:

- а) Ограниченном интервале
- б) Полупрямой
- в) Всей прямой или пространстве [✓]
- г) Только с периодическими граничными условиями

Т5.2. Преобразование Лапласа по времени эффективно для решения:

- а) Стационарных задач

- б) Начально-краевых задач, часто на полупрямой [✓]
- в) Чисто краевых задач
- г) Задач без начальных условий

T5.3. Sin-преобразование Фурье используется для задач на полупрямой, когда задано:

- а) Условие Дирихле ($u(0,t)=0$) [✓]
- б) Условие Неймана ($u_x(0,t)=0$)
- в) Условие периодичности
- г) Условие на бесконечности

T5.4. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье приводит к:

- а) Системе алгебраических уравнений
- б) Обыкновенному дифференциальному уравнению в пространстве образов [✓]
- в) Интегральному уравнению
- г) Уравнению в частных производных более высокого порядка

T5.5. Свойство преобразования Лапласа $L\{f'(t)\} = pF(p) - f(0)$ позволяет:

- а) Учесть начальные условия автоматически [✓]
- б) Учесть граничные условия
- в) Упростить правую часть уравнения
- г) Повысить порядок уравнения

T5.6. Преобразование Бесселя (Ханкеля) применяется для задач в областях с:

- а) Прямоугольной симметрией
- б) Сферической симметрией
- в) Цилиндрической симметрией [✓]
- г) Произвольной геометрией

T5.7. Какой метод НЕ является интегральным преобразованием?

- а) Метод Фурье
- б) Метод Даламбера [✓]
- в) Метод Лапласа
- г) Метод Ханкеля

T5.8. Основная идея применения интегральных преобразований заключается в:

- а) Увеличении порядка производных
- б) Усложнении граничных условий

- в) Сведении уравнения в частных производных к более простому уравнению (например, ОДУ) [✓]
- г) Переходе к дискретному представлению задачи

Т5.9. Обратное преобразование Фурье необходимо для:

- а) Получения решения в исходном пространстве [✓]
- б) Постановки граничных условий
- в) Записи самого преобразования
- г) Проверки корректности задачи

Т5.10. Установите соответствие между преобразованием и типом задачи, где оно чаще всего применяется:

Преобразование:

1. Преобразование Фурье
2. Преобразование Лапласа
3. Sin-преобразование Фурье

Тип задачи:

- а) Начально-краевые задачи, особенно на полупрямой
- б) Задачи Коши на всей прямой
- в) Краевые задачи на полупрямой с условием Дирихле

Правильный ответ: 1-б, 2-а, 3-в

Критерии оценивания тестовых заданий для текущего контроля

Максимальное количество баллов за решение одного теста составляет 5 баллов, которые переводятся в академические оценки следующим образом:

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется при условии правильного ответа студента не менее чем на 85% контрольных заданий
- оценка «хорошо» (4 балла) выставляется при условии правильного ответа студента не менее чем на 70% контрольных заданий
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется при условии правильного ответа студента не менее чем на 51% контрольных заданий
- оценка «неудовлетворительно» (1-2 балла) выставляется при условии правильного ответа студента менее чем на 50% контрольных заданий

2.2 Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

ОПК-3.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования совокупности

П1. При исследовании решения задачи Коши для волнового уравнения по формуле Даламбера было обнаружено, что начальный профиль в виде "ступеньки" со временем размывается. О чем это свидетельствует?

- а) О некорректной постановке задачи;

- б) О нарушении принципа суперпозиции;
 в) О том, что в реальной модели не учтены диссипативные процессы (например, трение); [✓]
 г) О computational error при численном моделировании.
Ответ: в) О том, что в реальной модели не учтены диссипативные процессы

П2. При численном решении уравнения теплопроводности с помощью явной схемы возникли осцилляции решения, не имеющие физического смысла. Какова наиболее вероятная причина?

- а) Слишком большой шаг по времени, нарушено условие Куранта-Фридрихса-Леви; [✓]
 б) Слишком малый шаг по пространству;
 в) Неправильно заданы граничные условия;
 г) Использован метод конечных элементов вместо разностной схемы.

Ответ: а) Слишком большой шаг по времени, нарушено условие Куранта-Фридрихса-Леви

П3. Установите соответствие между математической моделью и ключевым свойством ее решения, которое необходимо исследовать:

Математическая модель	Свойство решения
1. Уравнение Лапласа ($\Delta u = 0$)	а) Конечная скорость распространения возмущений
2. Волновое уравнение ($u_{tt} = a^2 u_{xx}$)	б) Принцип максимума, отсутствие локальных экстремумов
3. Уравнение теплопроводности ($u_t = \alpha u_{xx}$)	в) Бесконечная скорость распространения возмущений
4. Уравнение Пуассона ($\Delta u = f$)	г) Дисперсия волн

Правильный ответ: 1 – б, 2 – а, 3 – в, 4 – г

П4. При экспериментальном исследовании колебаний струны методом Фурье было выявлено, что амплитуды высших гармоник затухают значительно быстрее, чем основной частоты. Какое физическое явление объясняет этот результат?

- а) Резонанс;
 б) Дисперсия;
 в) Диссипация энергии, пропорциональная градиенту скорости (вязкое трение); [✓]
 г) Вырождение спектра.

Ответ: в) Диссипация энергии, пропорциональная градиенту скорости

П5. Установите правильную последовательность этапов теоретического исследования корректности постановки краевой задачи для УрЧП:

- а) Проверка устойчивости решения к малым возмущениям в

начальных/граничных данных

- б) Анализ существования решения в требуемом классе функций
- в) Проверка единственности решения
- г) Формулировка задачи (уравнение, область, начальные и граничные условия)

Ответ: ГБВА

П6. Как называется свойство решений параболических уравнений, заключающееся в том, что температура в любой внутренней точке стержня мгновенно реагирует на изменение граничного условия?

Правильный ответ: Бесконечная скорость распространения возмущений

П7. При исследовании задачи Дирихле для уравнения Лапласа в кольце было обнаружено, что решение зависит от логарифма радиуса. Какой физический процесс описывается такой моделью?

- а) Стационарное распределение температуры в цилиндре;
- б) Потенциал электрического поля вокруг равномерно заряженной бесконечной нити; [✓]
- в) Колебания круглой мембраны;
- г) Распределение концентрации в химической реакции.

Ответ: б) Потенциал электрического поля вокруг равномерно заряженной бесконечной нити

П8. Для численного исследования поведения решения нелинейного волнового уравнения (например, уравнения синус-Гордона) при различных параметрах наиболее целесообразно использовать:

- а) Метод характеристик;
- б) Конечно-разностные схемы (например, метод Рунге-Кутты); [✓]
- в) Метод Фурье (разделения переменных);
- г) Преобразование Лапласа.

Ответ: б) Конечно-разностные схемы

П9. При сравнении решений задачи Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности с одним и тем же начальным условием в виде узкого гауссова "пика" было обнаружено, что в первом случае пик разделяется на два расходящихся, а во втором – немонотонно размывается. О чем это говорит?

- а) Волновое уравнение нелинейно;
- б) Уравнение теплопроводности является гиперболическим;
- в) Модели принципиально различны: одно описывает колебания, другое – диффузию; [✓]
- г) Нарушена корректность постановки одной из задач.

Ответ: в) Модели принципиально различны

П10. Как называется метод доказательства единственности решения смешанной задачи для гиперболических уравнений, основанный на анализе интеграла от квадрата решения?

Правильный ответ: Энергетический метод

ОПК-3.4. Демонстрирует умение обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов

П11. Для решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности на отрезке с однородными граничными условиями Дирихле необходимо применить:

- а) Метод Фурье (разделения переменных); [✓]
- б) Формулу Даламбера;
- в) Метод характеристик;
- г) Преобразование Меллина.

Ответ: а) Метод Фурье

П12. При решении задачи Коши для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой обоснованной процедурой является:

- а) Разложение в ряд по полиномам Чебышева;
- б) Представление решения в виде интеграла Пуассона (свертки с фундаментальным решением); [✓]
- в) Приведение уравнения к каноническому виду;
- г) Метод функций Грина для ограниченной области.

Ответ: б) Представление решения в виде интеграла Пуассона

П13. Установите соответствие между задачей и рекомендуемым методом ее решения:

Задача	Метод решения
1. Колебания закрепленной струны	а) Преобразование Фурье по пространственной переменной
2. Распространение тепла в неограниченном стержне	б) Метод Фурье (разделения переменных)
3. Стационарное распределение температуры в прямоугольной пластине	в) Формула Даламбера
4. Задача Коши для волнового уравнения на прямой	г) Метод Фурье в прямоугольной области

Правильный ответ: 1 – б, 2 – а, 3 – г, 4 – в

П14. Для решения неоднородного уравнения колебаний струны $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ с однородными граничными условиями обоснованной процедурой является:

а) Разложение решения и правой части в ряд по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля; [✓]

б) Нечетное продолжение функции на всю прямую;

в) Применение принципа Дюамеля;

г) Использование только метода характеристик.

Ответ: а) Разложение решение и правой части в ряд по собственным функциям

П15. Установите правильную последовательность действий при решении задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом разделения переменных:

а) Решение задачи для радиальной части (уравнение Эйлера)

б) Запись общего решения в виде ряда Фурье

в) Нахождение коэффициентов разложения из граничного условия

г) Разделение переменных $u=R(r)\Phi(\varphi)$ и нахождение собственных функций для угловой части

Ответ: ГАБВ

П16. Как называется функция, используемая для сведения краевой задачи для уравнения Пуассона к задаче с однородным уравнением (или для построения решения)?

Правильный ответ: Функция Грина

П17. Для аналитического решения задачи на полупрямой для уравнения теплопроводности с граничным условием Неймана наиболее целесообразно использовать:

а) Sin-преобразование Фурье;

б) Cos-преобразование Фурье; [✓]

в) Преобразование Ханкеля;

г) Метод характеристик.

Ответ: б) Cos-преобразование Фурье

П18. При решении уравнения $u_{tt} - u_{xx} = 0$ с начальными условиями $u(x,0)=\varphi(x)$, $u_t(x,0)=\psi(x)$ на всей прямой обоснованной и реализуемой процедурой является:

а) Подстановка общего решения в виде бегущих волн в начальные условия и получение формулы Даламбера; [✓]

б) Сведение к интегральному уравнению Вольтерра;

в) Разложение в ряд Тейлора;

г) Применение метода Фурье.

Ответ: а) Подстановка в общее решение и получение формулы Даламбера

П19. Для нахождения установившегося (стационарного) распределения

температуры в однородном стержне с теплоизолированными концами необходимо решить:

- а) Задачу Коши для волнового уравнения;
- б) Задачу Дирихле для уравнения Лапласа;
- в) Краевую задачу для уравнения Пуассона;
- г) Уравнение теплопроводности с нулевыми граничными условиями

Неймана и найти предел при $t \rightarrow \infty$. [✓]

Ответ: г) Уравнение теплопроводности с нулевыми граничными условиями Неймана и найти предел при $t \rightarrow \infty$

П20. Как называется метод решения начально-краевой задачи, основанный на интегральном представлении, которое автоматически учитывает начальные и граничные условия?

Правильный ответ: Метод функции Грина

Критерии оценки для проведения зачета по дисциплине (тестирование)

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок.

Оценка	Уровень сформированности компетенции	Критерии
«Отлично» («зачтено»)	Высокий	Выполнено более 80% заданий предложенного теста
«Хорошо» («зачтено»)	Хороший	Выполнено 60-80% заданий предложенного теста
«Удовлетворительно» («зачтено»)	Достаточный	Выполнено 35-60% заданий предложенного теста
«Неудовлетворительно» («не зачтено»)	Недостаточный	Выполнено менее 35% заданий предложенного теста

Обновление оценочных материалов дисциплины

обсуждено и рекомендовано к утверждению решением кафедры
наименование кафедры _____
от ____ ____ 20__ г., протокол № ____

одобрено Научно-методическим советом _____ от ____ ____ 20__ г.,
протокол № ____